

2021 年初中毕业水平测试数学模拟试题

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。）

1-10. CABDA DABCD

二、填空题（本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分。）

11. $ab(a-1)$ 12. 8.2×10^8 13. 1 14. $n \leq 1$ 且 $n \neq 0$

15. 3 16. $\frac{32\pi}{3}$ 17. ①②

三、解答题（一）（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。）

18. 解:原式 = $\left[\frac{x^2}{x+1} - (x-1) \right] \div \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}$ 2 分

$$= \frac{x^2 - (x+1)(x-1)}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}$$
3 分

$$= \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{x-1}$$
4 分

\because 分式的分母 $x+1 \neq 0$, $x^2 - 1 \neq 0$, $x^2 + 2x + 1 \neq 0$,

解得: $x \neq \pm 1$,

\therefore 取 $x=0$,

当 $x=0$ 时, 原式 = $\frac{1}{0-1} = -1$6 分

19. 证明: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ AB = AC \\ \angle A = \angle A \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ (ASA),4 分

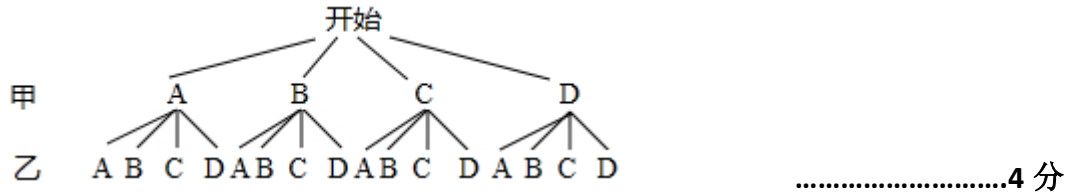
$\therefore AE = AD$,5 分

又 $\because AC = AB$,

$\therefore CE = BD$6 分

20. 解: (1) 不可能;1 分

(2) 画树状图如图:



共有 16 种等可能的结果，甲、乙两兄弟选在同一个街道摆地摊的结果有 4 个，

.....5 分

∴甲、乙两兄弟选在同一个街道摆地摊的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$6 分

四、解答题(二)(本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分。)

21. (1) 解：假设需要增加医务人员 x 人，根据题意得出： 1 分

原来每天每人平均接种 $1000 \div 10 = 100$ (人)，

∴每增加 1 名医务人员，每人每天就能多为 5 人接种疫苗，

∴现在平均接种： $(100+5x)$ 人，

∴医院一天为 1680 人接种疫苗，所得方程为：

$$(10+x)(100+5x) = 1680, \quad \text{.....4 分}$$

整理得出： $x^2+30x - 136=0$,

解得： $x_1=4, x_2= -34$ (不合题意舍去)；

∴需要安排医务人员 14 人；

答：若医院一天为 1680 人接种疫苗，则需要安排医务人员 14 人；5 分

(2) 当医院一天安排 18 名医务人员接种疫苗时，

根据 (1) 分析可知： $(10+x)(100+5x) = (10+8) \times (100+5 \times 8) = 2520$ 人，

.....6 分

∴医院每天最多能为 2000 人接种疫苗，

∴此时医务人员太多，这样将影响工作效率，

∴医院一天安排 18 名医务人员接种疫苗不合理. 8 分

22. (1) 证明：∵AC 为 ⊙O 的直径，

∴∠ADC=90° , 1 分

∴∠BDC=90° ,

又∵∠ACB=90° ,

∴∠ACB=∠BDC,

又∵∠B=∠B,

∴ $\triangle BCD \sim \triangle BAC$,3分

$$\therefore \frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BC},$$

即 $BC^2 = BA \cdot BD$;4分

(2) 解: DE 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:5分

连接 DO, 如图,6分

∵ $\angle BDC = 90^\circ$, E 为 BC 的中点,

$$\therefore DE = CE = BE,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD,$$

又 ∵ $OD = OC$,

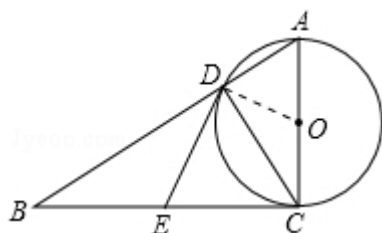
$$\therefore \angle ODC = \angle OCD,$$

而 $\angle OCD + \angle DCE = \angle ACB = 90^\circ$,7分

$$\therefore \angle EDC + \angle ODC = 90^\circ, \text{ 即 } \angle EDO = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp OD,$$

∴ DE 与 $\odot O$ 相切.8分



23. 证明: (1) ∵ $DE \parallel BC$, $DF \parallel AB$,

∴ 四边形 DEBF 是平行四边形,1分

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle DBF, \text{2分}$$

∵ BD 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle DBF = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle EDB,$$

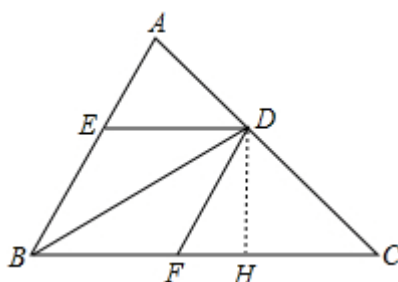
$$\therefore DE = BE, \text{3分}$$

又 ∵ 四边形 DEBF 为平行四边形,

∴ 四边形 DEBF 是菱形;4分

(2) 如图, 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H,5分

$\because DF \parallel AB,$
 $\therefore \angle ABC = \angle DFC = 60^\circ,$
 $\because DH \perp BC,$
 $\therefore \angle FDH = 30^\circ,$
 $\therefore FH = \frac{1}{2}DF, DH = \sqrt{3}FH = \frac{\sqrt{3}}{2}DF,$ 6分
 $\because \angle C = 45^\circ, DH \perp BC,$
 $\therefore \angle C = \angle HDC = 45^\circ,$
 $\therefore DC = \sqrt{2}DH = \frac{\sqrt{6}}{2}DF = 6,$ 7分
 $\therefore DF = 2\sqrt{6},$
 \therefore 菱形 $BEDF$ 的边长为 $2\sqrt{6}.$ 8分



五、解答题(三)(本大题共2小题,每小题10分,共20分。)

24. (1) 2;2分
 (2) $\because AB \perp x$ 轴, $A(4, 1)$, 则 $AB=1,$ 3分
 \therefore 设 $N(4, \frac{n}{4})$, 则 $NB = \frac{n}{4},$ 5分
 $\therefore AN = AB - NB = 1 - \frac{n}{4};$ 6分
 (3) 由(2)易得 $AM = 4 - n,$
 则 $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} AM \cdot AN = \frac{1}{2} (1 - \frac{n}{4})(4 - n) = \frac{1}{4}$ 8分
 整理得 $(4 - n)^2 = 2,$
 $\therefore n = 4 \pm \sqrt{2}.$ 9分
 \because 点 N 为线段 AB 上的一动点
 $\therefore n = 4 - \sqrt{2}$ 10分

25. 解: (1) ∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 过点 $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$

$$\therefore \begin{cases} 9a - 3b + 3 = 0 \\ a + b + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -x^2 - 2x + 3 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H , 交 AB 于点 F 4 分

$$\therefore x=0 \text{ 时, } y = -x^2 - 2x + 3 = 3$$

$$\therefore A(0, 3)$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 解析式为 } y = x + 3 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

∵ 点 P 在线段 AB 上方抛物线上

$$\therefore \text{设 } P(t, -t^2 - 2t + 3) \quad (-3 < t < 0)$$

$$\therefore F(t, t + 3)$$

$$\therefore PF = -t^2 - 2t + 3 - (t + 3) = -t^2 - 3t$$

$$\therefore S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PAF} + S_{\triangle PBF} = \frac{1}{2}PF \cdot OH + \frac{1}{2}PF \cdot BH = \frac{1}{2}PF \cdot OB = \frac{3}{2}(-t^2 - 3t) = -\frac{3}{2}\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8}$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 运动到坐标为 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right), \triangle PAB \text{ 面积最大} \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(3) 存在点 P 使 $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形

设 $P(t, -t^2 - 2t + 3) \quad (-3 < t < 0)$, 则 $D(t, t + 3)$

$$\therefore PD = -t^2 - 2t + 3 - (t + 3) = -t^2 - 3t$$

$$\therefore \text{抛物线 } y = -x^2 - 2x + 3 = -(x + 1)^2 + 4$$

∴ 对称轴为直线 $x = -1$

∴ $PE \parallel x$ 轴交抛物线于点 E

∴ $y_E = y_P$, 即点 E, P 关于对称轴对称

$$\therefore \frac{x_E + x_P}{2} = -1$$

$$\therefore x_E = -2 - x_P = -2 - t$$

$$\therefore PE = |x_E - x_P| = |-2 - 2t|$$

∴ $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形, $\angle DPE = 90^\circ$

$$\therefore PD = PE \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

① 当 $-3 < t \leq -1$ 时, $PE = -2 - 2t$

$$\therefore -t^2 - 3t = -2 - 2t$$

解得: $t_1 = 1$ (舍去), $t_2 = -2$

$\therefore P(-2, 3)$

.....9分

②当 $-1 < t < 0$ 时, $PE = 2 + 2t$

$\therefore -t^2 - 3t = 2 + 2t$

解得: $t_1 = \frac{-5 + \sqrt{17}}{2}$, $t_2 = \frac{-5 - \sqrt{17}}{2}$ (舍去)

$\therefore P\left(\frac{-5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{-5 + 3\sqrt{17}}{2}\right)$

综上所述, 点 P 坐标为 $(-2, 3)$ 或 $\left(\frac{-5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{-5 + 3\sqrt{17}}{2}\right)$ 时使 $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形.
.....10分

